

**Studiul undelor gravitationale  
primordiale cu anizotropia CMB  
(PN-II-ID-PCE-2012-4-0511)**

---

## Contents

<b>1</b>	<b>Raport Sintetic Etapa 1: 09/2013 - 12/2013</b>	<b>2</b>
1.1	O1-Integrarea/adaptarea programelor de analiza si a seturilor de date experimentale existente in sistemul de calcul paralel de tip GRID.	2
1.1.1	A1.1-Integrarea codurilorde tip Boltzmann (CAMB) pentru generarea spectrelor de temperatura si polarizare ale radiatiei cosmice de fond.	2
1.1.2	A1.2-Integrarea codului de simulare a hartilor de temperatura si polarizare ale CMB	2
1.1.3	A1.3-Integrarea seturilor de date experimentale existente: CMB (Planck, WMAP, ACT,SPT); oscilatii acustice ale barionilor (SDSS, BOSS); structuri la scala larga (2dFGRD, SDSS, BOSS).	3
1.2	Rezultate O1	4
1.2.1	R1.1-Instalarea codului CAMB si a bibliotecilor IDL si MATLAB pe sistemul Planck-GRID si studiul preciziei de generarea a spectrelor CMB.	4
1.2.2	R1.2-Instalarea codului HEALPIX si a bibliotecii FITSIO, si studiul comparativ al hartilor CMB pentru diferite modele cosmologice.	4
1.2.3	R1.3-Integrarea seturilor de date mai sus mentionate si calculul functiilor Likelihood pentru diferite modele cosmologice.	5
<b>2</b>	<b>Raport Sintetic Etapa 2: 01/2014 - 12/2014</b>	<b>6</b>
2.1	O2-Studiul Birefringentei Cosmice induse de un camp de quintessenta	6
2.1.1	A2.1-Optimizarea modelelor de quintessenta cu termen Chern-Simon	6
2.1.2	A2.2-Generarea baryo/leptogenezei si a procesului de recombinare in modele de quintessenta cu termen Chern-Simon	7
2.2	Rezultate O2	8
2.2.1	R2.1-Calculul spectrelor de putere in modele de quintesenta cu termen specific Chern-Simon	8
2.2.2	R2.2-Cod Boltzmann pentru calculul baryo/leptogenezei si recombinaarii in modele de quintessenta cu termen Chern-Simon	9
2.3	O3-Probarea experimentală a starilor de polarizare ale CMB.	10
2.3.1	A3.1-Determinarea parametrilor cosmologici bazata pe analiza Monte-Carlo Markov Chaints.	10
2.4	Rezultate O3	10
2.4.1	R3.1-Spatiul parametrilor cosmologici in modele de tip $\Lambda$ CDM	10
<b>3</b>	<b>Raport Sintetic Etapa 3: 01/2015- 12/2015</b>	<b>11</b>
3.1	O4-Studiul comparativ al unor noi modele de inflatie	11
3.1.1	A4.1-Modele de inflatie vectoriala	12
3.2	Rezultate O4	14
3.2.1	R4.1: Spectre de putere ale CMB in modele cu inflatie vectoriala. Determinarea parametrilor de inflatie din masuratori PLANCK	14

<b>4 Raport Sintetic Etapa 4: 01/2016- 09/2016</b>	<b>15</b>
4.1 O5 - De-rotirea hartilor experimentale de poalarizare ale CMB	15
4.1.1 A5.1 Implementarea unui algoritm optim de de-rotire a hartilor de polarizare	15
4.1.2 A5.2 Constructia si implentarea estimatorilor optimi pentru unghiul de de-rotire	19
4.2 Rezultate O5	19
4.2.1 R5.1: Harti ale unghiul de rotatie pentru diferite frecvente	19
4.2.2 R5.2: Spectrele de putere ale unghiului de de-rotire la diferite frecvente	20

---

# 1 Raport Sintetic Etapa 1: 09/2013 - 12/2013

## 1.1 O1-Integrarea/adaptarea programelor de analiza si a seturilor de date experimentale existente in sistemul de calcul paralel de tip GRID.

Scopul acestui obiectiv este integrarea codurilor software si a seturilor de date experimentale existente care urmeaza a fi folosite in analiza semnaturii undelor gravitationale primordiale, in ambientul de calcul distribuit de tip GRID de la Institutul de Stiinte Spatiale. Pentru realizarea acestui obiectiv s-au desfasurat urmatoarele activitati:

### 1.1.1 A1.1-Integrarea codurilor de tip Boltzmann (CAMB) pentru generarea spectrelor de temperatura si polarizare ale radiatiei cosmice de fond.

CAMB este un cod eficient de calcul al anizotropiei de temperatura si polarizare a radiatiei cosmice de fond (CMB) bazat pe evolutia ecuatiilor cuplate Boltzmann-Einstein pentru determinarea contributiei diferitelor componente (materie obscura, barioni, neutrini, energie intunecata) la densitatea de energie a universului [1].

Calculul spectrelor de anizotropie CMB se face pentru un model cosmologic dat, impunand limite de precizie pentru diferiti parametri cosmologici. Codul CAMB are drept suport bibliotecile IDL si MATLAB.

### 1.1.2 A1.2-Integrarea codului de simulare a hartilor de temperatura si polarizare ale CMB

HEALPix (HierarchicalEqualArea isoLatitudePixelation) [2], este un program de analiza de date, simulari si vizualizare pe o sfera. Precum o sugereaza si numele, pixelizarea produce o subdivizare a unei suprafete sferice, in care fiecare pixel acopera aceeasi suprafata(arie). HEALPix a aparut ca o necesitate, odata cu aparitia seturilor de date cu rezolutie mare, la mai multe frecvente, obtinute de experimentele ce masoara anizotropiile radiatiei cosmice de fond (WMAP, Planck). Astfel, HEALPix a fost conceput ca un pachet complet, ce inglobeaza o structura matematica capabila sa furnizeze o discretizare corespunzatoare a functiilor pe o sfera la rezolutie suficient de mare si un instrument de analiza statistica si astrofizica rapida si precisa a unui volum mare de seturi de date complete(all-sky). Are trei proprietati esentiale pentru analiza precisa a datelor astrofizice:

Sfera este impartita in mod ierarhic in patrulatere cubilinii, avand aspect de mozaic. Partitionarea cu rezolutia cea mai joasa este alcatuita din 12 pixeli de baza. Rezolutia mozaicarii creste prin divizarea fiecarui pixel in alti 4 pixeli noi. Ariile tuturor pixelilor la o rezolutie data sunt identice.

Pixelii sunt distribuiti pe linii de latitudine constanta. Aceasta proprietate este esentiala pentru toate aplicatiile de analiza ce implica armonice-sferice. Datorita distributiei iso-latitudinare a punctelor-esantion, viteza de calcul a integralelor pe armonice sferice individuale este proportionala cu  $N^{1/2}$ , unde N este numarul total de pixeli, spre deosebire de distributiilor non-iso-latitudinare, unde viteza este proportionala cu N.

HEALPix este o unealta indispensabila, fiind capabil sa realizeze cu rapiditate si precizie crescuta:

- Simulări rapide și analiza a hartilor anizotropiilor de temperatura și polarizare CMB pentru întreg cerul (full-sky) la rezoluții unghiulare mai mari de un arcminut
- Filtrarea hartilor astrofizice cu ferestre circulare arbitrare

- Transformari in armonice sferice (scalare si spin-orientate)
- Modificari si rotatii ale coeficientilor armonice sferice ale hartilor arbitrare
- Pixelizarea sferei pana la o dimensiune minima a pixelilor de 0.4 mili-arcsecunde (aproximativ  $3.5 \times 1018$  pixeli pe sfera)
- Cautarea in harta a pixelilor vecini si a extremelor unui camp aleatoriu
- Filtrarea mediana a hartilor ceresti si facilitati de procesare a mastilor.

### 1.1.3 A1.3-Integrarea seturilor de date experimentale existente: CMB (Planck, WMAP, ACT,SPT); oscilatii acustice ale barionilor (SDSS, BOSS); structuri la scala larga (2dFGRD, SDSS, BOSS).

Realizarea activitatilor prevazute in proiect presupune si o analiza bazata pe tehnica Monte-Carlo Markov Chains(MCMC), tehnic ce permite obtinerea probabilitatilor de verosimilitate (likelihood) ale diferitelor parametrii cosmologici pentru un set dat de masuratori, explorand profilul complet al distributiilor lor a posteriori de dimensiuni mari . Astfel, in cadrul acestei etape a proiectului am instalat in sistemul de calcul paralel de tip GRID cea mai recenta versiune a aplicatiei publice CosmoMC [3], un soft de explorare a spatiului de parametri cosmologici utilizand tehnica MCMC si de analiza si interpretare statistica a rezultatelor. CosmoMC realizeaza extragerea (selectarea) de esantioane din spatiul valorilor posibile ale unui set de parametri cosmologici si genereaza estimari ale mediei a posteriori si ale intervalului de confidenta corespunzator pentru fiecare parametru in parte, considerand un anumit set de date cosmologice si/sau astrofizice. Pentru calculul probabilitatii de likelihood, codul foloseste spectrele de putere teoretice ale anizotropiilor de temperatura si polarizare ale radiatiei cosmice de fond (CMB) precum si spectrele de putere ale fluctuatiilor densitatii de materie, calculate cu CAMB (Cod Boltzmann Pentru Anizotropii ale Radiatiei Cosmice de Fond). Ultima versiune de CosmoMC are deja integrat in pachetul de baza urmatoarele seturi de date precum si modulele pentru calculul functiilor likelihood corespunzatoare:

- Oscilatiile Acustice ale Barionilor (BAO) evidentiate in distributia galaxiilor, obtinute din cele mai recente masuratori efectuate de misiunile de observatie si cartografiere a galaxiilor (survey-uri): Sloan Digital Sky Survey (SDSS) Data Release 7 (DR7), SDSS Baryon Oscillation Spectroscopic Survey (BOSS) Data Release 9 (DR 9), 6dF Galaxy Survey (6dFGS) precum si WiggleZ Dark Energy Survey. Toate aceste date sunt incorporate intr-un likelihood de forma:

$$-2\ln L_{BAO} = (X - X^{\Lambda CDM})^T C_{BAO}^{-1} (X - X^{\Lambda CDM}),$$

unde  $X$  reprezinta vectorul de date, iar  $X^{\Lambda CDM}$  reprezinta predictia teoretica pentru modelul cosmologic  $\Lambda$ CDM.  $C^{-1}$  reprezinta inversa matricii de covarianta pentru vectorul  $X$ .

- Supernovae de tip Ia (SNe Ia) provenite din doua compilatii recente: o compilatie de supernove ce contine 123 de obiecte Ia redshifturi mici, 242 de obiecte obtinute in urma celui de-al treilea an de masuratori al experimentului Supernova Legacy Survey (SNLS), 93 de obiecte la redshift intermediare, provenite de la experimentul SDSS si 14 obiecte observate cu telescopul HST (Hubble Space Telescope); compilatia de supernove Union2.1 ce foloseste cea mai recenta schema de combinare a diferitelor seturi de date de

SNe si contine 19 seturi de supernove, inclusiv supernovele timpurii, la redshift mare precum si cele mai recente observati ale HST Cluster Supernova Survey. Cele doua compilatii au 256 de supernove in comun, nefind deci independente. Pentru analiza statistica, aceste date sunt incorporate intr-o functie likelihood de forma:

$$-2\ln L_{SNe} = (M_B - M_B^{\Lambda CDM})^T C_{SNe}^{-1} (M_B - M_B^{\Lambda CDM}),$$

unde  $M_B$  este vectorul magnitudinilor absolute efective ale supernovelor,  $M^{\Lambda CDM}$  este vectorul magnitudinilor prezis de modelul  $\Lambda$ CDM iar  $C_{SNe}^{-1}$  este suma tuturor matricilor de covarianta, ce inglobeaza erorile statistice si sistematice.

- Primul set public de masuratori ale anizotropiilor de temperatura obtinut de Misiunea Planck. Pentru analiza datelor Planck exista 4 coduri de likelihood: Commander, care calculeaza likelihood-ul pentru datele de temperatura la multipoli mici  $2 \leq l \leq 49$ , LowLike, ce calculeaza likelihood-urile pentru datele de temperatura si polarizare la multipoli mici, , utilizand masuratorile de polarizare obtinute de experimentul WMAP dupa 9 ani de functionare, CamSpec, ce calculeaza likelihood-ul pentru datele Planck de temperatura, la multipoli  $2 \leq l \leq 32$  si Lensing, ce calculeaza likelihood-ul masuratorilor efectului de lentila de tip slab asupra CMB, extras din masuratorile Planck, la multipoli  $40 \leq l \leq 400$ .

Deoarece distributia de probabilitate a spectrului de putere este non-Gaussiana la scale mari, se foloseste o metoda hibrida pentru definirea functiei de likelihood: pentru construirea likelihood-ului la multipoli mici se foloseste o abordare bazata pe samplingul Gibbs iar pentru multipoli mari, o tehnica pseudo-Cl.

- Date de CMB la multipoli mari de la telescoapele la sol Atacama Cosmology Telescope (ACT) si South Pole Telescope (SPT). Aceste experimente au cartografiat foreground-urile cu rezolutie mai mare si zgomot mai mic decat experimentul Planck si pot complementa masuratorile Planck pentru a constrange mai bine parametrilor modelelor de foreground.

## 1.2 Rezultate O1

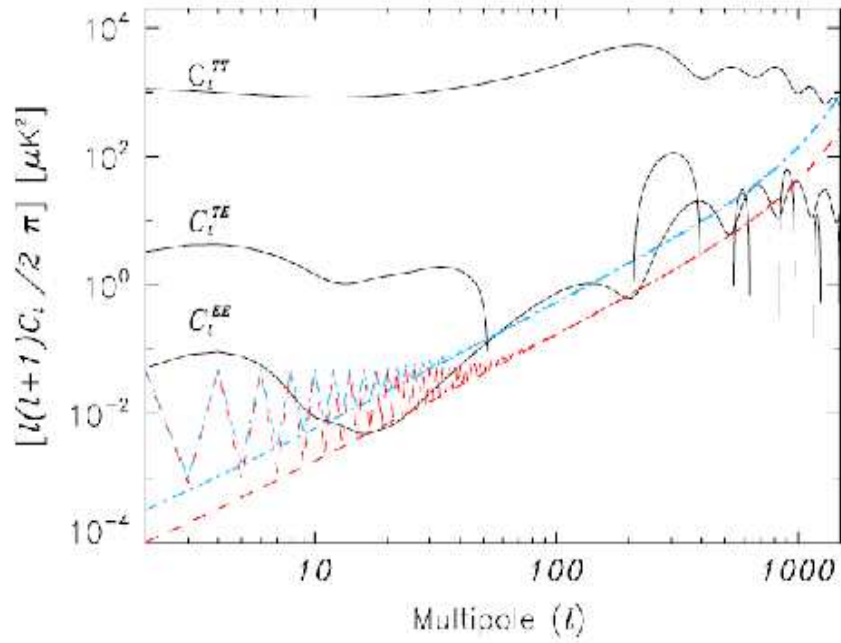
Acest obiectiv a avut urmatoarele rezultate:

### 1.2.1 R1.1-Instalarea codului CAMB si a bibliotecilor IDL si MATLAB pe sistemul Planck-GRID si studiul preciziei de generarea a spectrelor CMB.

Figura 1 prezinta spectrele anizotropiei de temperatura CMB comparate cu masuratorile anizotropiei CMB obtinute de misiunea Planck la doua canale de frecventa (143 si 217 GHz), precum si precizia de determinare a acestora (deferentele relative dintre spectrele teoretice si experimentale) in modelul cosmologic standard.

### 1.2.2 R1.2-Instalarea codului HEALPIX si a bibliotecii FITSIO, si studiul comparativ al hartilor CMB pentru diferite modele cosmologice.

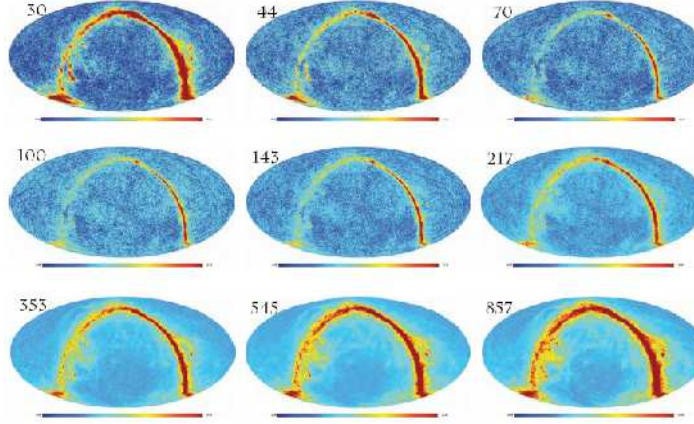
Figura 2 prezinta hartile anizotropiei de temperatura CMB simulate cu ajutorul codului HEALPIX in conditiile de rezolutie si sensibilitate ale misiunii PLANCK pentru diferite canale de frecventa.



**Figure 1.** Spectrele anizotropiei de temperatura CMB comparate cu masuratorile anizotropiei CMB obtinute de misiunea Planck la doua canale de frecventa (143 si 217 GHz), precum si precizia de determinare a acestora (deferentele relative dintre spectrele teoretice si experimentale) in modelul cosmologic standard.

### 1.2.3 R1.3-Integrarea seturilor de date mai sus mentionate si calculul functiilor Likelihood pentru diferite modele cosmologice.

Figura 3 prezinta distributiile Likelihood (1-D si 2-D) pentru diferite extensii ale modelului cosmologic standard obtinute prin analiza combinata a seturilor de date mai sus mentionate.



**Figure 2.** Hartile anizotropiei de temperatura CMB simulate cu ajutorul codului HEALPIX in conditiile de rezolutie si sensibilitate ale misiunii PLANCK pentru diferite canale de frecventa.

## 2 Raport Sintetic Etapa 2: 01/2014 - 12/2014

### 2.1 O2-Studiul Birefringentei Cosmice induse de un camp de quintessenta

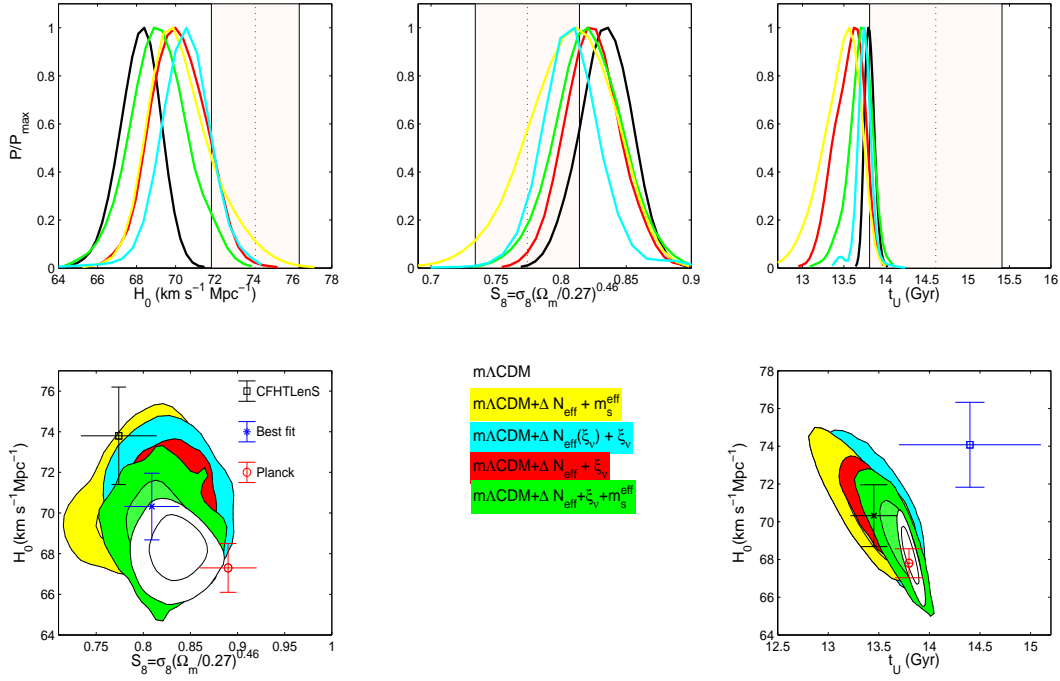
#### 2.1.1 A2.1-Optimizarea modelelor de quintessenta cu termen Chern-Simon

Au fost considerate modele in care un camp scalar  $\phi(x^\mu)$  este cuplat cu termenul electromagnetic Chern-Simons printr-un Lagrangian de forma:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) - V(\phi) - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{\beta\phi}{2M}F^{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu}, \quad (2.1)$$

where  $\tilde{F}_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}F^{\rho\sigma}/2$  este dualul tensorului electromagnetic,  $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$  este tensorul Levi-Civita si  $M$  este un parametru cu dimensiune de masa. Un astfel de termen in Lagrangian introduce o modificare a ecuatiilor Maxwell care introduce diferente intre starile de polarizare ale fotonilor. In consecinta undele gravitationale linear polarizate care se propaga pe distante cosmologice sufera procesul de birefringenta cosmologica (CB) care consta intr-o rotatie in-





**Figure 3.** Distributiile Likelihood (1-D si 2-D) pentru diferite extensii ale modelului cosmologic standard obtinute prin analiza combinata a seturilor de date mai sus mentionate.

dependenta de frecventa a planului de polarizare cu un unghi  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{\beta}{M} \int d\tau = \frac{\beta}{M} \Delta\phi, \quad (2.2)$$

unde  $\Delta\phi$  este variatia unghiului  $\phi$  de-a lungul traiectoriei fotonilor, iar  $\tau$  este timpul conformal. Am analizat situatia in care  $\phi$  este un camp de quintesenta cu un potential  $V(\phi, t) \neq 0$  care variaza in timp. In acest caz, perturbatiile lui  $V(\phi, t)$  sunt deperminate de fluctuatiile capului scalar. S-au calculat aceste fluctuatii pornind de la conditii initiale adiabactice, evoluand ecuatia de miscare a campului scalar in timp:

$$\delta\ddot{\phi} + 2\mathcal{H}\delta\dot{\phi} + a^2V''\delta\phi - \nabla^2\delta\phi = -\frac{1}{2}\dot{h}\dot{\phi}, \quad (2.3)$$

Am considerat un potential pentru campul de quintesenta de forma  $V(\phi) = m^4(1 - \cos \phi/f)$  si am obtinut presiunea si densitatea campului scalar:

$$p_\phi = \frac{1}{2a^2}\dot{\phi}^2 - V(\phi), \quad \rho_\phi = \frac{1}{2a^2}\dot{\phi}^2 + V(\phi). \quad (2.4)$$

### 2.1.2 A2.2-Generarea baryo/leptogenezei si a procesului de recombinare in modele de quintesenta cu termen Chern-Simon

In contextul Modelului Standard (SM) al particulelor elementare, masa neutrinoilor poate fi descrisa de operatorul:

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{2}{f} l_L l_L \phi \phi + \dots, \quad (2.5)$$

unde  $f$  reprezinta o scala la care cappel Higgs  $\phi$  are expectanta  $\langle \phi \rangle \sim v$  iar neutrini capata mase de tip Majorana:  $m_\nu \sim \frac{v^2}{f}$ . Operatorul introdus in equatia (1.5) conduce la o violare a numarului leptonic, astfel incat  $(B - L) \neq 0$  ( $B$  este numarul barionic iar  $L$  este numarul leptonic).

In modelele cu baryo/leptogeneza gravitationala, capul scalar  $\phi$  este reprezentat de o functie de forma:

$$\mathcal{L}_{int} = c \partial_\mu f(R) J^\mu, \quad (2.6)$$

unde  $J^\mu$  este un curent de particule in SM,  $f(R)$  este o functie adimensionala de scalarul Ricci  $R$ , iar  $c$  este o constanta de cuplaj ce caracterizeaza intensitatea interactiei. In acest model leptogeneza gravitationala este descrisa de:

$$\frac{n_{B-L}}{s} \sim c \frac{\dot{f}(R)}{T}. \quad (2.7)$$

Pentru a testa posibilitatea de detectie a baryo/leptogenezei cu anizotropia CMB, am identificat crenul  $J^\mu$  cu termenul Chern-Simons al campului electromagnetic:

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{1}{2} \partial_\mu f(R) K^\mu, \quad (2.8)$$

unde  $K^\mu = A_\nu \tilde{F}^{\mu\nu}$ ,  $F_{\mu\nu}$  reprezinta intensitatea tensorului electromagnetic iar  $\tilde{F}^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$  este dualul sau. Functia  $\partial f_\mu(R)$  induce o rotatie a directiei de polarizare a luminii provenind de la o sursa aflata la redshift  $z$  de forma:

$$\Delta\alpha = \frac{1}{2} \Delta f(R), \quad (2.9)$$

unde  $\Delta f = f|_z - f|_{z=0}$  ( $z = 0$  astazi).

In modelul cosmologic standard  $\Lambda$ CDM, pentru cazul  $f(R) \sim \ln R$ ,  $\Delta f$  se obtine de forma:

$$\Delta f = \ln\left(\frac{\Omega_m(1+z)^3 + 4\Omega_\Lambda}{\Omega_m + 4\Omega_\Lambda}\right), \quad (2.10)$$

unde  $\Omega_m$  si  $\Omega_\Lambda$  reprezinta densitatile de energie ale materiei si energiei obscure (dark energy) la momentul prezent.

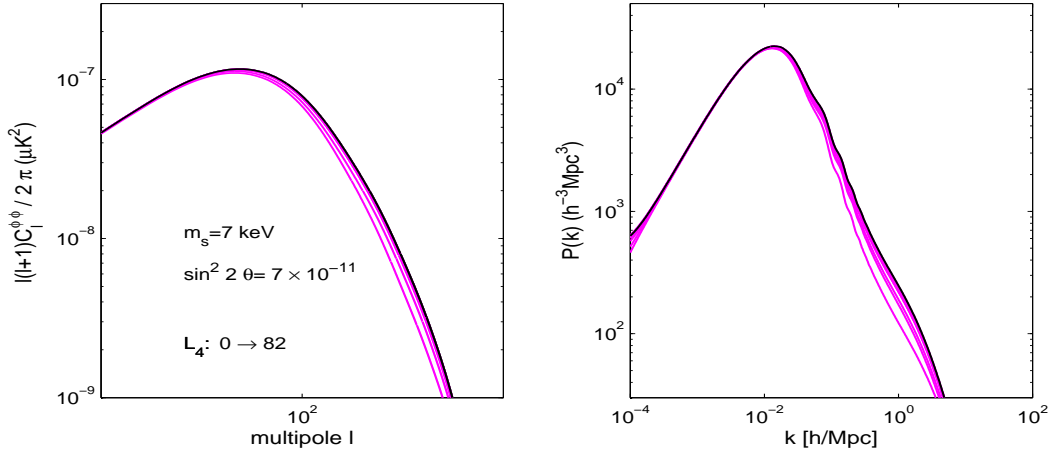
Ecuatiile (1.9) si (1.10) au fost introduse in codul Boltzmann de evolutie a anizotropiei CMB pentru determinarea unghiului de rotatie  $\Delta\alpha$  pentru diferite valori ale parametrilor cosmologici.

## 2.2 Rezultate O2

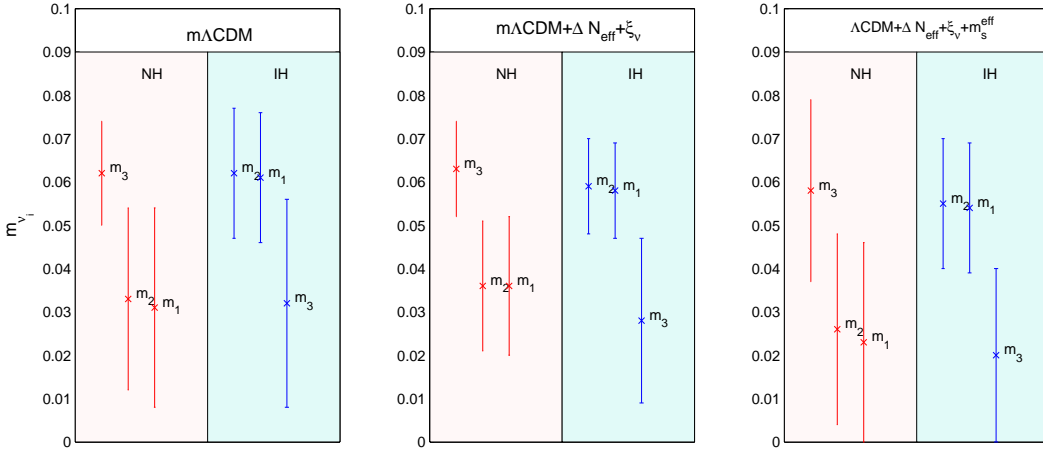
### 2.2.1 R2.1-Calculul spectrelor de putere in modele de quintesenta cu termen specific Chern-Simon

A fost modificat codul Boltzmann de calcul al anizotropiei radiatiei cosmice de fond CAMB implementat in Etapa 1, prin introducerea formalismului dezvoltat in **A2.1.1**. Au fost evaluate spectrele de putere ale anizotropiei CMB in functie de unghiul de rotatie  $\Delta\alpha$  definit in equatia (1.2) in forma:

$$\begin{aligned} C_\ell^{TE,obs} &= C_\ell^{TE} \cos(2\Delta\alpha) \\ C_\ell^{TB,obs} &= C_\ell^{TE} \sin(2\Delta\alpha) \\ C_\ell^{EE,obs} &= C_\ell^{EE} \cos^2(2\Delta\alpha) \\ C_\ell^{BB,obs} &= C_\ell^{EE} \sin^2(2\Delta\alpha) \\ C_\ell^{EB,obs} &= \frac{1}{2} (C_\ell^{EE}) \sin(4\Delta\alpha) \end{aligned} \quad (2.11)$$



**Figure 4.** Spectrele de putere teoretice  $C_l^{EE}$  si  $C_l^{EE}$  ale anizotropiei CMB (linie continua) comparate cu spectrele corespunzatoare (linie intrerupta rosie) obtinute pentru un unghi de rotatie  $\Delta\alpha = 0.1$  rad.



**Figure 5.** Masa neutrinoilor rezultata din analiza masuratorilor anizotropiei CMB obtinute de satelitul PLANCK pentru o ierarhie normala (NH) si inversa (IH) fara asimetrie leptonica (stanga), cu asimetrie leptonica (mijloc) si cu asimetrie leptonica in prezenta neutrinoilor sterili (dreapta) [7].

## 2.2.2 R2.2-Cod Boltzmann pentru calculul baryo/leptogenezei si recombinarii in modele de quintessenta cu termen Chern-Simon

A fost modificat codul Boltzmann de calcul al anizotropiei radiatiei cosmice de fond CAMB implementat in Etapa 1, prin introducerea formalismului dezvoltat in **A2.1.2**. Principalul rezultat al acestei activitati este determinarea masei neutrinoilor folosind masuratorile anizotropiei CMB obtinute de satelitul PLANCK in prezenta asimetriei leptonice in ierarhie normala (NH) si inversa (IH).

**Table 1.** Valorile medii si erorile absolute ale principalilor parametri cosmologici obtinuti din fitul modelelor studiate cu datele experimentale prezentate anterior.

Model	$m\Lambda\text{CDM}$	$m\Lambda\text{CDM} + \Delta N_{eff}^{oth} + m_s^{eff}$	$m\Lambda\text{CDM} + \Delta N_{eff}(\xi_\nu) + \xi_\nu$	$m\Lambda\text{CDM} + \Delta N_{eff} + \xi_\nu$	$m\Lambda\text{CDM} + \Delta N_{eff} + \xi_\nu + m_s^{eff}$
$\Sigma m_\nu(\text{eV})$	$< 0.347$	$< 0.276$	$< 0.168$	$< 0.250$	$< 0.231$
$N_{eff}$	-	$3.402 \pm 0.224$	$3.058 \pm 0.018$	$3.328 \pm 0.193$	$3.189 \pm 0.130$
$\xi_\nu$	-	-	$-0.125 \pm 0.255$	$-0.186 \pm 0.261$	$-0.097 \pm 0.298$
$m_s^{eff}(\text{eV})$	-	$< 0.424$	-	-	$< 0.214$
$Y_P$	0.24	$0.253 \pm 0.003$	$0.259 \pm 0.019$	$0.268 \pm 0.020$	$0.259 \pm 0.023$
$H_0(\text{km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1})$	$68.11 \pm 1.02$	$70.32 \pm 1.64$	$70.45 \pm 1.33$	$70.15 \pm 1.36$	$68.96 \pm 1.41$
$t_U(\text{Gyr})$	$13.81 \pm 0.06$	$13.47 \pm 0.18$	$13.74 \pm 0.09$	$13.55 \pm 0.17$	$13.71 \pm 0.14$
$S_8$	$0.831 \pm 0.021$	$0.824 \pm 0.019$	$0.831 \pm 0.027$	$0.824 \pm 0.021$	$0.823 \pm 0.025$

### 2.3 O3-Probarea experimentală a starilor de polarizare ale CMB.

#### 2.3.1 A3.1-Determinarea parametrilor cosmologici bazata pe analiza Monte-Carlo Markov Chaints.

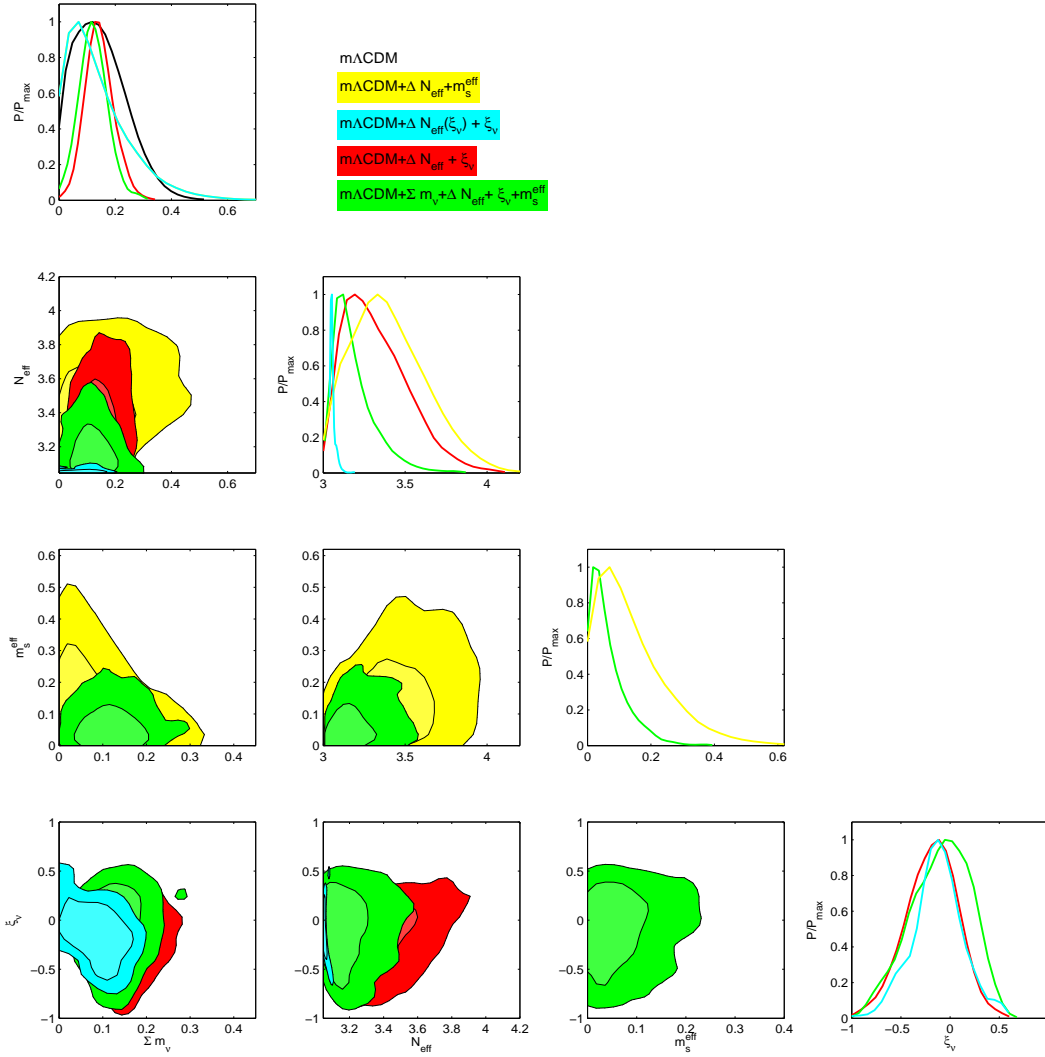
In cadrul acestei activitati au fost integrate codurile Boltzmann modificate pentru calculul anizotropiei CMB conform rezultatelor **R2.1.1** si **R2.1.2**. Au fost evaluat spatiul parametrilor cosmologici utilizand rmatoarele seturi de date:

- Anizotropia CMB masurata de satelitul PLANCK
- Polarizarea CMB masurata de satelitul WMAP
- Spectrele potentialului de lensing gravitational determinate de satelitul PLANCK
- Spectrele anizotropiei CMB obtinute de telescoapele ACT si SPT
- Oscilatiile acustice ale barionilor obtinute de Sloan Digital Sky Survey

### 2.4 Rezultate O3

#### 2.4.1 R3.1-Spatiul parametrilor cosmologici in modele de tip $\Lambda\text{CDM}$

Principalele rezultate ale analizei efectuate in cadrul activitatii **A.2.2.1** sunt prezentate in Tabelul 1 si Figura 3.



**Figure 6.** Spatiul principalilor parametri cosmologici obtinuti din fitul modelelor studiate cu datele experimentale prezentate anterior.

### 3 Raport Sintetic Etapa 3: 01/2015- 12/2015

#### 3.1 O4-Studiul comparativ al unor noi modele de inflatie

In cadrul acestui obiectiv am considerat posibilitatea de a diferentia diferite variante de modele de inflatie folosind masuratorile experimentale ale anizotropiei CMB obtinute de misiunea PLANCK.

Am considerat modele de inflatie bazate pe teoria campurilor scalare (inflaton) cu termen cinetic modificat precum si cu termen cinetic ce prezinta un cuplaj ne-minimal cu tensorul Einstein. Pentru a asigura consistenta rezultatelor, am studiat aceste modele de inflatie folosind aceasi metoda, prin calcularea dinamicii complete atat pentru background cat si pentru perturbatiile campului scalar de inflatie. Am utilizat tehnica Monte Carlo Markov Chains (MCMC) implementata in etapele anterioare pentru a determina parametrii modelelor de inflatie analizate utilizand masuratorile anizotropiei CMB.

Pentru toate modele studiate am considerat un univers omogen si izotrop descris de matrica Friedmann-Robertson-Walker (FRW),  $\kappa^2 \equiv 8\pi M_{pl}^{-2}$ , precum si modificari ale termenului cinetic al actiunii cu forma canonica:

$$S_0 = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{2\kappa^2} \mathbf{R} + \mathcal{L}_{SM} \right], \quad (3.1)$$

unde  $\mathbf{R}$  este scalarul Ricci si  $\mathcal{L}_{SM}$  este Lagrangianul Modelului Standard (SM).

### 3.1.1 A4.1-Modele de inflatie vectoriala

Am calculat spectrele de putere (temperatura si polarizare) ale CMB in urmatoarele modele de inflatie:

- **G-Inflation:** Modele de inflatie in care campul de scalar (inflaton) are un termen cinetic modificat printr-o functie  $G(\phi, X)$  in asa fel incat Lagrangianul din Eq. (4.1) are forma [5]:

$$\mathcal{L}_G(\phi, X) = P(\phi, X) - G(\phi, X) \square \phi, \quad \text{where} \quad |P(X, \phi)| \simeq V(\phi) \gg |G(X, \phi) \square \phi| \quad (3.2)$$

In acest caz, densitatea de energie si presiune a backgroundului descris de metrica FRW se exprima ca:

$$\rho = 2P_{,X}X - P + 6G_{,X}H\dot{\phi}X - G_{,\phi}X, \quad (3.3)$$

$$p = P - (G_{,\phi} + G_{,X}\ddot{\phi})X, \quad (3.4)$$

unde  $H = \dot{a}/a$  este parametrul Hubble.

Ecuatiile campului gravitational sunt descrise de [6]:

$$3\kappa^2 H^2 = \rho, \quad -\kappa^2 (2H^2 + 2\dot{H}) = p, \quad (3.5)$$

iar ecuatiile de miscare ale campului scalar capata forma:

$$P_{,X}(\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi}) + 2P_{,XX}X\ddot{\phi} + 2P_{,X\phi}X - P_{,\phi} - 2G_{,X\phi}X(\ddot{\phi} - 3H\dot{\phi}) + 6G_{,X}[(HX) + 3H^2X] - 2G_{,\phi\phi}X + 6G_{,XX}HX\dot{X} = 0. \quad (3.6)$$

In aceste conditii primul parametru de inflatie (slow-roll) devine:

$$\epsilon \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{XP_{,X} + 3G_{,X}H\dot{\phi}X}{\kappa^2 H^2} \ll 1, \quad (3.7)$$

si viteza sunetului pentru perturbatiile scalare este data de:

$$c_s^2 \equiv \frac{\partial_X p}{\partial_X \rho} = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{G}}, \quad (3.8)$$

unde:

$$\mathcal{F} = P_{,X} + 4\dot{\phi}HG_{,X}, \quad (3.9)$$

$$\mathcal{G} = P_{,X} + 2XP_{,XX} + 6H\dot{\phi}(G_{,X} + XG_{,XX}). \quad (3.10)$$

Utilizand parametrii aditionali de inflatie:

$$\tilde{\eta} \equiv \frac{\dot{\tilde{\epsilon}}}{\tilde{\epsilon}H}, \quad s \equiv \frac{\dot{c}_s}{c_s H}, \quad (3.11)$$

indicele spectral al perturbatiilor de tip scalar se obtine ca:

$$n_s - 1 = \frac{dP_{\mathcal{R}}(k)}{d \ln k} = -2\epsilon - \tilde{\eta} - s. \quad (3.12)$$

Spectrul de putere si indicele spectral al perturbatiilor tensoriale este dat de:

$$P_T = \frac{2H^2}{\pi^2 M_{pl}^2}, \quad n_T = -2\epsilon. \quad (3.13)$$

In consecinta raportul tensor-scalar este:

$$R \equiv \frac{P_T}{P_{\mathcal{R}}} = -8c_s(n_T - 2\nu), \quad (3.14)$$

care evidentiaza diferenta dintre modelul analizat si modelul de inflatie standard pentru care  $R = -8c_s n_T$ .

- **E-inflation:** Modele de inflatie in care inflatonul are un cuplaj ne-minimal cu campul gravitational.

In aceste modele Lagrangianul este descris de [4]:

$$\mathcal{L}_E(X, \phi) = -\frac{1}{2} (g^{\mu\nu} - w^2 G^{\mu\nu}) \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi), \quad G^{\mu\nu} = R^{\mu\nu} - \frac{\mathbf{R}}{2} g^{\mu\nu}, \quad (3.15)$$

unde  $\mathbf{R}$  este scalarul Ricci,  $G^{\mu\nu}$  este tensorul Einstein si  $V(\phi)$  este potentialul asociat campului scalar. Equatia Friedmann si equatiile de miscare ale capului de inflatie sunt date de [6]:

$$H^2 = \frac{\kappa^2}{6} \left[ \dot{\phi}^2 (1 + 9H^2 w^2) + \frac{\lambda}{2} \phi^4 \right], \quad \partial_t \left[ a^3 \dot{\phi} (1 + 3H^2 w^2) \right] = -a^3 \lambda \phi^3. \quad (3.16)$$

Spectrul de putere al perturbatiilor de curbura evaluat la momentul  $c_s k = aH$  se obtine ca:

$$P_{\mathcal{R}} = \frac{\kappa^2 H^2}{4\pi^2} \frac{1}{12w^2 \kappa^2 \dot{\phi}^2} \left( 1 + \frac{19}{2} w^2 \kappa^2 \dot{\phi}^2 \right), \quad (3.17)$$

in care viteza sunetului pentru perturbatiile de curbura este data de:

$$0 < c_s^2 = \frac{3 - 13w^2 \kappa^2 \dot{\phi}^2}{3 + 18w^2 \kappa^2 \dot{\phi}^2} < 1. \quad (3.18)$$

Introducand cei doi parametri de slow-roll:

$$\epsilon \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{3}{2} \kappa^2 w^2 \dot{\phi}^2, \quad (3.19)$$

$$\eta \equiv -\frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} = -\frac{9}{4} \kappa^2 w^2 \dot{\phi}^2 = -\frac{3}{2} \epsilon, \quad (3.20)$$

spectrul de putere al perturbatiilor de tip scalar si indicele spectral sunt date de:

$$P_{\mathcal{R}} = \frac{\kappa^2 H^2}{4\pi^2} \frac{1}{8\epsilon}, \quad (3.21)$$

$$n_S - 1 = \frac{d \ln P_{\mathcal{R}}}{d \ln k} = 2 \frac{d \ln H}{d \ln k} - \frac{d \ln \epsilon}{d \ln k}. \quad (3.22)$$

Spectrul de putere al perturbatiilor de tip tensorial este:

$$P_T = \frac{\kappa^2 H^2}{4\pi^2 \Omega^2 c_g^3}, \quad (3.23)$$

unde  $\Omega$  si viteza sunetului undelor gravitationale este:

$$\Omega^2 = 1 - \frac{1}{2} w^2 \kappa^2 \dot{\phi}^2, \quad c_g^2 \simeq 1 + w^2 \kappa^2 \dot{\phi}^2. \quad (3.24)$$

Indicile spectral al perturbatiilor de tip tensorial este:

$$n_T = \frac{d \ln P_T}{d \ln k} = -2\epsilon, \quad (3.25)$$

iar raportul tensor-scalar se exprima ca:

$$R = \frac{P_T}{P_{\mathcal{R}}} = 12w^2 \kappa^2 \dot{\phi}^2 = 8\epsilon. \quad (3.26)$$

## 3.2 Rezultate O4

### 3.2.1 R4.1: Spectre de putere ale CMB in modele cu inflatie vectoriala.

#### Determinarea parametrilor de inflatie din masuratori PLANCK

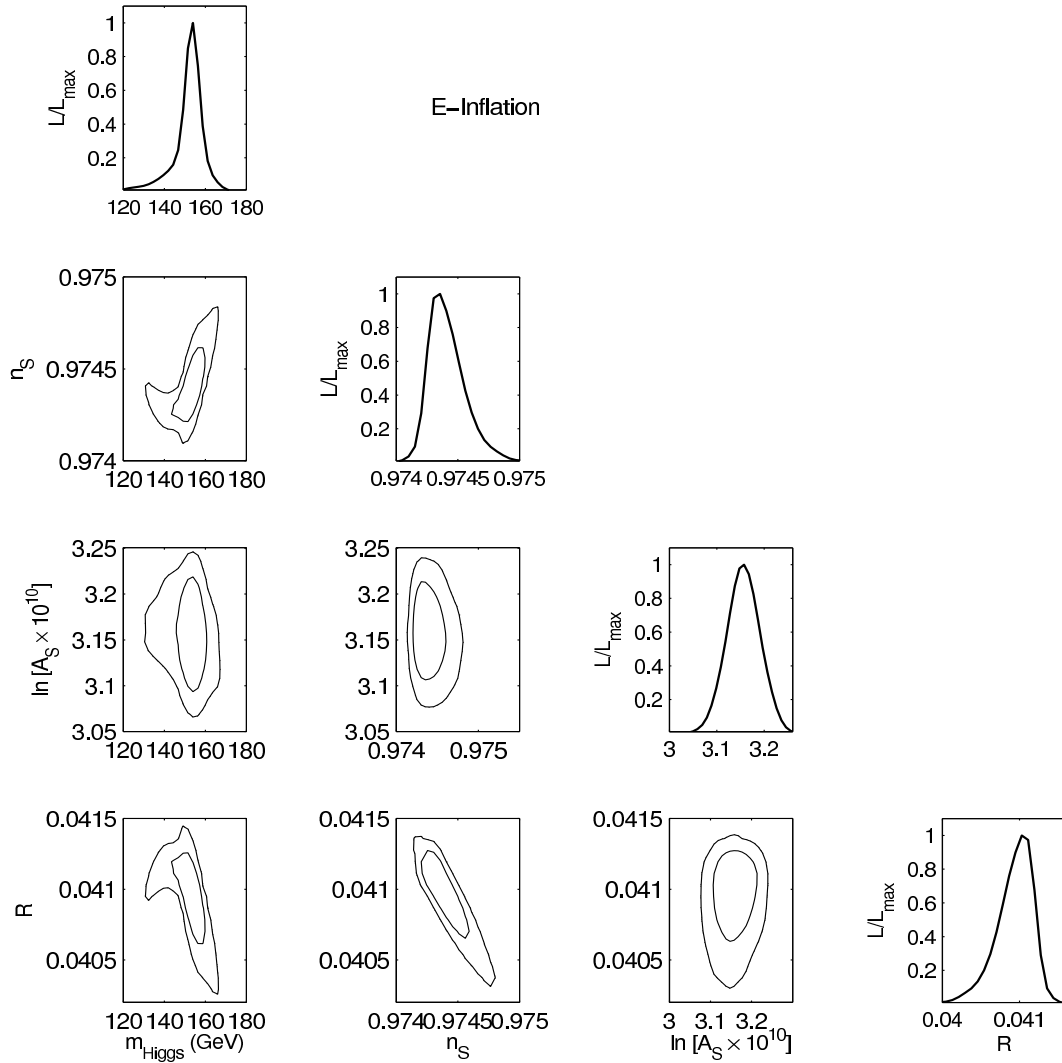
Am calculat anizotropia CMB pentru modelele de inflatie prezentate anterior prin modificarea corespunzatoare a codul Boltzmann CAMB. Au fost considerate numere de unda in domeniul  $5 \times 10^{-6} - 5 \text{ Mpc}^{-1}$ .

Probabilitatile likelihood au fost evaluate cu ajutorul codului Monte Carlo Markov Chains COSMOMC considerand ca model fiducial modelul cosmologic standard  $\Lambda$ CDM descris de urmatorul set de parametri:

$$\{\Omega_b h^2, \Omega_c h^2, \theta_s, \tau, m_{Higgs}, w, \mathcal{N}\},$$

Pentru fiecare model de inflatie au fost rulate 64 de canale Monte-Carlo de tip Markov. Principalele rezultate sunt prezentate in Fig. 7 , Fig. 8 si Fig 9.





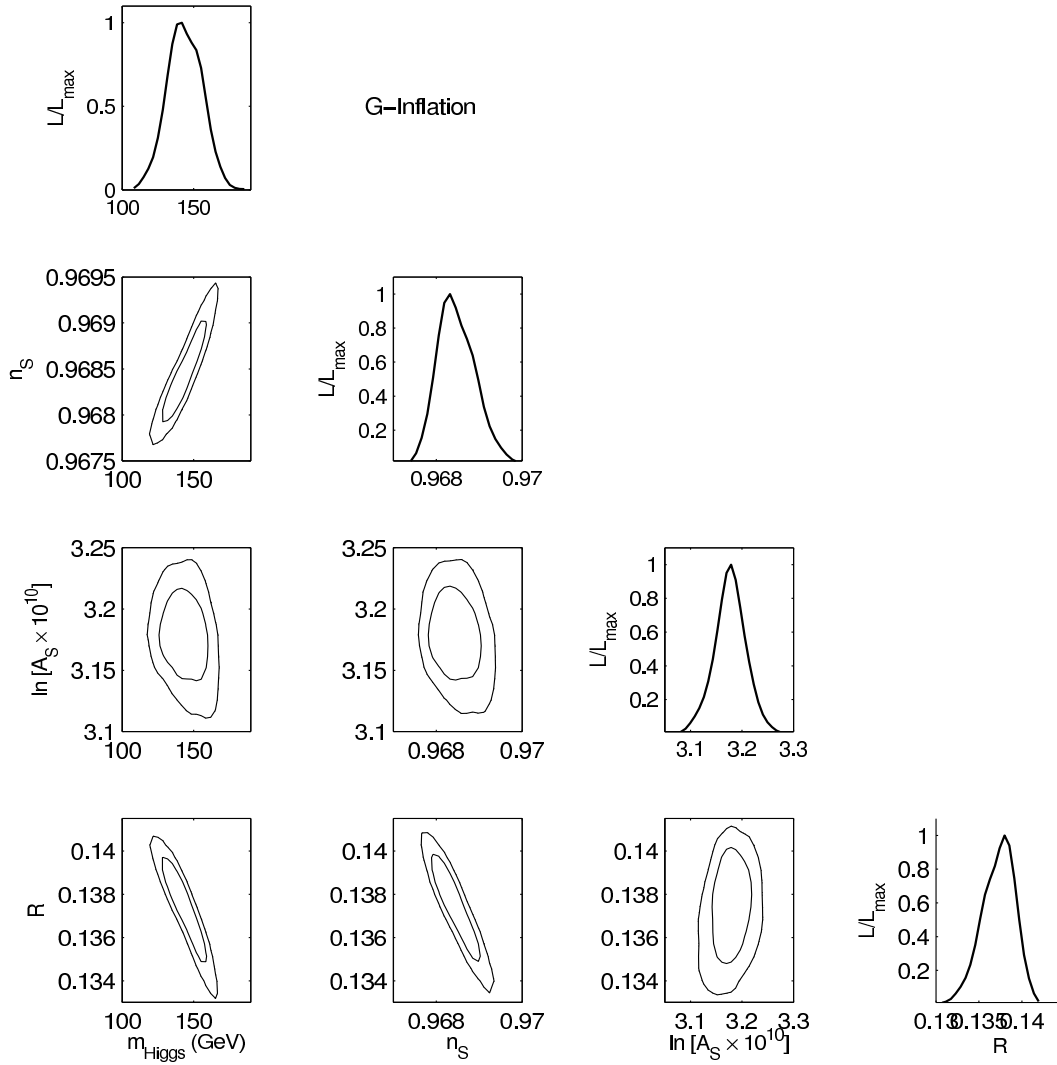
**Figure 7.** Distributiile de probabilitate 2D reprezentand constrangeri asupra parametrilor cosmologici obtinute din fitul modelelor de tip E-Inflation cu masuratorile anizotropiei CMB obtinute de misiunea PLANCK

## 4 Raport Sintetic Etapa 4: 01/2016- 09/2016

### 4.1 O5 - De-rotirea hartilor experimentale de polarizare ale CMB

#### 4.1.1 A5.1 Implementarea unui algoritm optim de de-rotire a hartilor de polarizare

Polarizarea CMB este produsa in procesul de imprastiere Thomson electron-foton doar in situatia in care fotonii CMB prezinta anisotropie cuadrupolara. Cea mai importanta sursa a anizotropiei o reprezinta fluctuatiile de densitate ale fotonilor CMB existente la momentul procesului de recombinare. Deasemeni, fluctuatiile potentialului gravitacional pot determina deplasari spre rosu (redshift) diferite pentru fotonii CMB provenind din diferite directii. Anizotropia CMB corespunzatoare unei directii date,  $\mathbf{n}$ , este caracterizat de tensorul de intensitate  $I_{ij}(\mathbf{n})$ . In termenii componentelor tensorului  $I_{ij}(\mathbf{n})$ , anizotropia de temperatura,



**Figure 8.** Distributiile de probabilitate 2D reprezentand constrangeri asupra parametrilor cosmologici obtinute din fitul modelelor de tip G-Inflation cu masuratorile anizotropiei CMB obtinute de misiunea PLANCK

$T(\mathbf{n})$ , si parametrii Stokes ai CMB,  $Q(\mathbf{n})$  si  $U(\mathbf{n})$ , se exprima sub forma [9]:

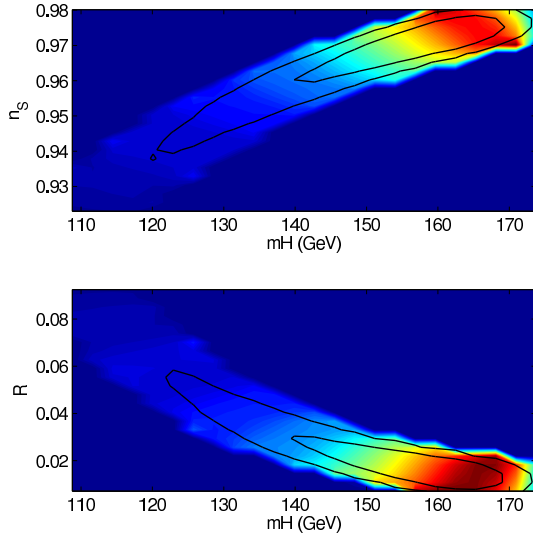
$$\begin{aligned}
 T(\mathbf{n}) &= (\mathbf{I}_{11} + \mathbf{I}_{22})/4, \\
 Q(\mathbf{n}) &= (\mathbf{I}_{11} - \mathbf{I}_{22})/4, \\
 U(\mathbf{n}) &= \mathbf{I}_{12}/2.
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

In timp ce  $T(\mathbf{n})$  este o cantitate invarianta la rotatie, parametrii Stokes se transforma la o rotatie cu unghiul  $\psi$  astfel:

$$\begin{aligned}
 Q'(\mathbf{n}) &= Q\cos 2\psi + U\sin 2\psi \\
 U'(\mathbf{n}) &= -Q\sin 2\psi + U\cos 2\psi.
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Combinatiile parametrilor Stokes  $Q$  si  $U$ :

$$(Q \pm iU)'(\mathbf{n}) = e^{\mp 2i\psi} (Q \pm iU)(\mathbf{n}),
 \tag{4.3}$$



**Figure 9.** Distributiile de probabilitate 2D reprezentand degenerarea dintre indicele spectral al perturbatiilor tensoriale  $n_s$  si raportul tensor/scalar  $R$  obtinuta din fitul modelelor de inflatie studiate cu masuratorile anizotropiei CMB obtinute de misiunea PLANCK

poat fi dezvoltate in armonice sferice cu spin,  $\pm_2 Y_{lm}(\mathbf{n})$ , sub forma [10]:

$$\begin{aligned}
 (Q + iU)(\mathbf{n}) &= \sum_{\mathbf{l}m} \mathbf{a}_{2,\mathbf{l}m} \mathbf{Y}_{\mathbf{l}m}(\mathbf{n}) \\
 (Q - iU)(\mathbf{n}) &= \sum_{\mathbf{l}m} \mathbf{a}_{-2,\mathbf{l}m} \mathbf{Y}_{\mathbf{l}m}(\mathbf{n})
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

unde expresiile coeficientilor din dezvoltarea in armonice sferice se obtin ca:

$$\begin{aligned}
 a_{2,lm} &= \int d\Omega Y_{lm}^*(\mathbf{n})(\mathbf{Q} + i\mathbf{U})(\mathbf{n}), \\
 a_{-2,lm} &= \int d\Omega Y_{lm}^*(\mathbf{n})(\mathbf{Q} - i\mathbf{U})(\mathbf{n}).
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Folosind combinatiile lineare ale acestor coeficienti:

$$\begin{aligned}
 a_{E,lm} &= -(a_{2,lm} + a_{-2,lm})/2, \\
 a_{B,lm} &= i(a_{2,lm} - a_{-2,lm})/2,
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

modurile  $E$  si  $B$  de polarizare ale CMB, in termeni de armonice sferice in spatiul real, sunt date de:

$$\begin{aligned}
 E(\mathbf{n}) &= \sum_{\mathbf{l}m} \mathbf{a}_{\mathbf{E},\mathbf{l}m} \mathbf{Y}_{\mathbf{l}m}(\mathbf{n}), \\
 B(\mathbf{n}) &= \sum_{\mathbf{l}m} \mathbf{a}_{\mathbf{B},\mathbf{l}m} \mathbf{Y}_{\mathbf{l}m}(\mathbf{n}).
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

In modelele standard de inflatie modul B de polarizare poate fi produs doar de undele gravitationale primordiale (perturbatii tensoriale), in timp ce modul E de polarizare poate fi produs de perurbatiile de densitate (perturbatii scalare). Modurile E si B de polarizare se

comporta in mod diferit la transformarea de paritate: in timp ce modul E de polarizare ramane neschimbat, modul B de polarizare isi schimba semnul, in analogie cu campul electric si magnetic [11, 14]

Statistica perturbatiilor CMB este caracterizata de urmatoarii estimatori statistici (spectre de putere) invarianti la rotatie:

$$\begin{aligned}
C_l^{TT} &= \frac{1}{2l+1} \sum_m \langle a_{T,lm}^* a_{T,lm} \rangle, \\
C_l^{EE} &= \frac{1}{2l+1} \sum_m \langle a_{E,lm}^* a_{E,lm} \rangle, \\
C_l^{BB} &= \frac{1}{2l+1} \sum_m \langle a_{B,lm}^* a_{B,lm} \rangle, \\
C_l^{TE} &= \frac{1}{2l+1} \sum_m \langle a_{T,lm}^* a_{E,lm} \rangle.
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Estimatorii  $C_l^{TB}$  si  $C_l^{EB}$  se anuleaza deoarece modul B de polarizare are paritate opusa modului E si T. Diferite mecanisme exotice pot modifica planul de polarizare al fotonilor CMB, impicand o mixare a acestor moduri de polarizare si deci valori ne-nule ale acestor estimatori statistici.

In cadrul acestei activitati am investigat posibilitatea masurarii unghiului de rotatie a planului de polarizare CMB utilizand masuratorile experimentale ale anizotropiei CMB si a parametrilor Stokes obtinute de misiunea PLANCK la diferite frecvente si rezolutii unghulare. Pentru exemplificare in Figura 10 am prezentat hartile anizotropiei CMB si ale parametrilor Stokes obtinute de cele doua instrumente ale misiunii PLANCK, Low Frequency Instrument (LFI) si High Frequency Instrument (HFI) la doua frecvente si rezolutii diferite [12].

Utilizand hartile experimentale ale parametrilor Stoke Q si U am construit combinatiile lineare ale acestora conform equatiilor (4.4) si am determinat coeficientii  $a_{\pm 2,lm}$  ai dezvoltarilor in armonice sferice cu spin, conform equatiilor (4.5), utilizand modulul ANAFast al codului public de analiza, simulare si vizualizare HEALPix (Data Analysis, Simulations and Visualization on the Sphere) [2] Acesti coeficienti au fost apoi folositi pentru determinarea hartilor modurilor de polarizare E si B ale CMB conform equatiilor (4.6) si (4.7).

Deoarece estimatorul unghiului de rotatie al planului de polarizare este o cantitate scalara, acesta poate fi dezvoltat in armonice sferice in spatiul real corespunzatoare fiecarei directii  $\mathbf{n}$ :

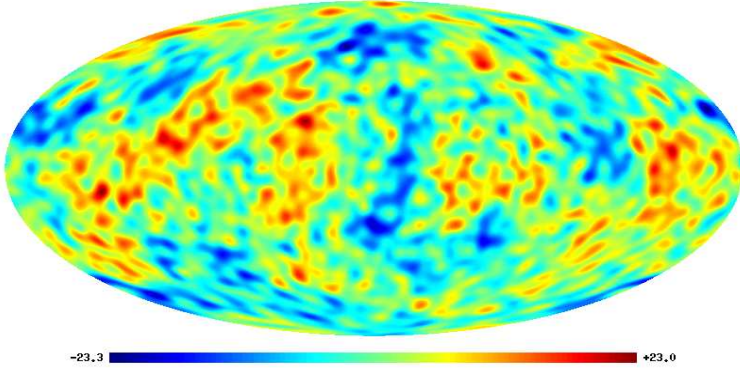
$$\langle \alpha(\mathbf{n}) \rangle = \sum_{lm} \alpha_{lm} Y_{lm}(\mathbf{n}), \tag{4.9}$$

unde coeficientii dezvoltarii in armonice sferice,  $\alpha_{lm}$ , sunt dati de [14]:

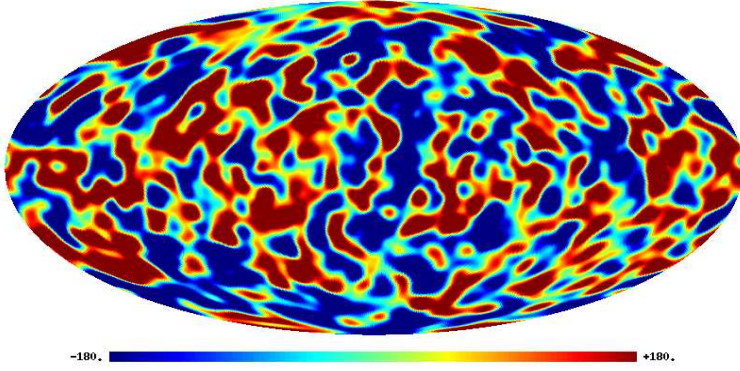
$$\alpha_{lm} = \frac{aX_{lm}aX_{lm}}{2C_l^{XX}W_l^{-2}}, \quad X = [T, E, B]. \tag{4.10}$$

In ecuatia (4.10)  $C_l^{XX}$  reprezinta spectrele de putere definite in equatiile (4.8), iar  $W(l)$  este functia fereastra (window function) caracteristica instrumentului definita de:  $W_l = e^{-l^2 \sigma^2 / 2}$  unde  $\sigma = 0.0742 \theta^{fwhm}$ , iar  $\theta^{fwhm}$  este rezolutia unghulara a instrumentului (largimea la semnaltime) exprimata in grade.

Spectrele de putere  $C_l^{XX}$  au fost obtinute utilizand codul Boltzmann CAMB implementat in cadrul obiectivului **O1**.



**Figure 10.** Harta estimatorului unghiului de rotatie (in grade) obtinuta pentru instrumentul PLANCK-HFI (100 GHz,  $N_{side} = 2048$ ).



**Figure 11.** Harta estimatorului unghiului de rotatie (in grade) obtinuta pentru instrumentul PLANCK-LFI (30 GHz,  $N_{side} = 1024$ ).

#### 4.1.2 A5.2 Constructia si implementarea estimatorilor optimi pentru unghiul de de-rotire

Pentru a calcula varianta estimatorului unghiului de rotatie am utilizat spectrele de putere experimentale  $C_l^{XX, map}$  obtinute utilizand modulul ANAFast al pachetului HEALpix. Varianta estimatorului unghiului de rotatie a fost obtinuta pentru fiecare combinatie  $(l, m)$  sub forma [15]:

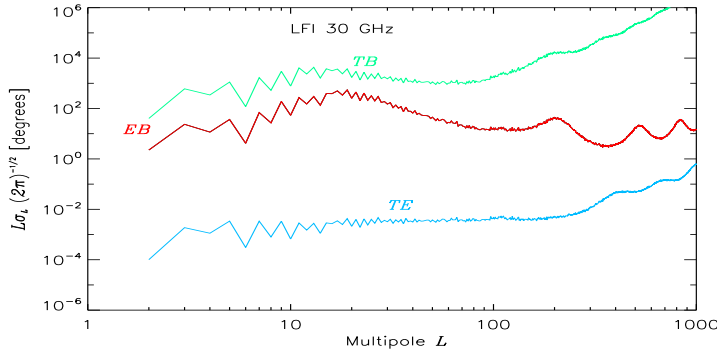
$$\sigma^{-2} = \sum_l \sum_{m=-l}^l \frac{1}{\langle (\alpha)^2 \rangle} = \sum_l l(2l+1) \frac{4[C_l^{XX} W_l^2]^2}{C_l^{XX, map} C_l^{XX, map}}, \quad X = [TEB]. \quad (4.11)$$

## 4.2 Rezultate O5

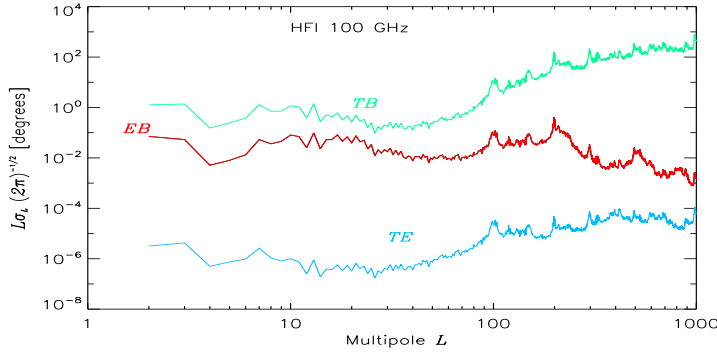
### 4.2.1 R5.1: Harti ale unghiul de rotatie pentru diferite frecvente

Pentru a obtine hartile estimatorului unghiului de rotatie am folosit equatia (4.10) determinarea coeficientilor  $\alpha_{lm}$ . Avand acesti coeficienti ca input, am obtinut hartile experimentale ale estimatorului unghiului de rotatie la diferite frecvente si rezolutii unghiulare ale misiunii PLANCK utilizand modulul SYNFAST al bibliotecii HEALpix.

Figurile 10 si 11 prezinta hartile estimatorului unghiului de rotatie pentru instrumentul PLANCK-HFI la 100 GHz si PLANCK-LFI la 30 GHz.



**Figure 12.** Dependenta de multipol a variantei estimatorilor unghiului de rotatie pentru modurile TE, EB si TB obtinute pentru instrumentul PLANCK-LFI (30 GHz,  $N_{side} = 1024$ ).



**Figure 13.** Dependenta de multipol a variantei estimatorilor unghiului de rotatie pentru modurile TE, EB si TB obtinute pentru instrumentul PLANCK-HFI (100 GHz,  $N_{side} = 2048$ ).

#### 4.2.2 R5.2: Spectrele de putere ale unghiului de de-rotire la diferite frecvente

A fost obtinuta varianta (spectrul de putere) a estimatorului unghiului de rotatie, conform ecuatiei (4.11) la diferite frecvente si rezolutii unghiulare ale misiunii PLANCK.

Figurile 12 si 13 prezinta dependenta de multipol a variantei estimatorilor unghiului de rotatie pentru modurile TE, EB si TB obtinute pentru instrumentul PLANCK-HFI la 100 GHz si PLANCK-LFI la 30 GHz.

## References

- [1] A. Lewis, A. Challinor and A. Lasenby, *Astrophys. J.* **538** (2000) 473 [astro-ph/9911177]; <http://camb.info>
- [2] [http://http://healpix.jpl.nasa.gov](http://healpix.jpl.nasa.gov)
- [3] A. Lewis and S. Bridle, *Phys. Rev. D* **66** (2002) 103511 [astro-ph/0205436]; <http://cosmologist.info/cosmomc>
- [4] Kamada, K., Kobayashi, T., Yamaguchi, M., Yokoyama, J. 2010, [arXiv:1012.4238]
- [5] Kobayashi, T., Yamaguchi, M. & Yokoyama, J. 2011, *Phys. Rev. D* **83**, 103524
- [6] Popa, L.A., 2011, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 10,025

- [7] Caramete, A., Popa, L.A., 2014, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics,02,012
- [8] Popa, L.,A. and Tonoiu, D.,2015, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 09, 066
- [9] M. Zaldarriaga and U. Seljak, Phys. Rev. D 58, 023003 (1998)
- [10] M. Zaldarriaga and U. Seljak, Phys. Rev. D 55 (1997) 1830
- [11] U. Seljak, M. Zaldarriaga, Phys. Rev. Lett. 78, 2054 (1997)
- [12] <https://lambda.gsfc.nasa.gov/product/planck>
- [13] M. Kamionkowski, A. Kosowsky, A. Stebbins, Phys. Rev. D 55, 7368 (1997)
- [14] M. Kamionkowski, Phys. Rev. Lett. 102, 111302 (2009)
- [15] V. Gluscevic, M. Kamionkowski and A. Cooray, Phys. Rev. D 80, 023510 (2009)

24/09/2016

Director proiect,  
*Lucia Popa*  
Dr. Lucia A. Popa